

Лабораторная работа 5.
Движение тела переменной массы.
Уравнение Мещерского.
Формула Циолковского.

Физические основы

Движение тела переменной массы описывается 2 законом Ньютона в импульсной форме

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}, \quad (1)$$

т.е. равнодействующая сил равна скорости изменения импульса тела $\vec{p} = m\vec{V}$ по времени. При этом импульс тела меняется и за счет изменения скорости и за счет изменения массы. Ракета получает импульс вперед за счет того, что часть массы отбрасывает назад со скоростью u . Поэтому реактивное движение характерно тем, что при таком способе движения масса ракеты уменьшается. Скорость уменьшения массы ракеты (расход горючего и окислителя) равен $\frac{dm}{dt}$.

Отсюда получаем уравнение Мещерского

$$m \frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{F} - \vec{u} \frac{dm}{dt}, \quad (2)$$

где $\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt}$ - ускорение ракеты, \vec{F} - равнодействующая внешних сил, $\vec{F}_p = -\vec{u} \frac{dm}{dt}$ - реактивная сила.

Решая уравнение Мещерского для постоянной скорости истечения газов, при отсутствие внешних сил, нулевой начальной скорости V_0 и задав начальную массу ракеты m_0 , получим формулу Циолковского

$$V = u \frac{dm}{dt}. \quad (3)$$

Задания

1. В отдельных ячейках задать шаг по времени dt , скорость истечения газов u , и расход топлива dm/dt .
2. Заполнить столбец времени.
3. Задать начальную массу. Заполнить столбец массы $m_i = m_{i-1} - \frac{dm}{dt} dt$.
4. Заполнить столбец ускорения, пропустив нулевое значение. Из уравнения Мещерского (2) следует, что при отсутствии внешних сил $a = \frac{u \frac{dm}{dt}}{m}$.
5. Заполнить столбец скорости путем численного интегрирования $V_i = V_{i-1} + a_i * dt$.
6. Заполнить столбец координаты путем численного интегрирования $x_i = x_{i-1} + V_i * dt$.
7. Для сравнения в соседнем столбце задать скорость $V_{Ц}$, рассчитанную по формуле Циолковского (3).
8. Построить точечную диаграмму $x(t)$.
9. На одной точечной диаграмме построить V и $V_{Ц}(t)$. Убедиться, что они совпадают с высокой точностью.